

# Introdução

## *dimensão, energia, medida*

Neste capítulo vou *lidar* com os três conceitos que formam o objetivo deste livro: *dimensão, energia, medida*. É a minha forma de introduzir conceitos nada fáceis porque mexem com a nossa própria essência física.

Eles fazem parte da linguagem do nosso *dia a dia* e, mesmo assim, têm um uso científico muito bem definido sem estarem dissociados dos seus significados linguísticos e este é um problema. Vai ser preciso combiná-los de várias maneiras para que eu possa transmitir-lhes o sentido mais amplo destes conceitos.

## 0.3 Dimensão e energia

É muito comum falar-se que uma folha de papel “representa” um plano e portanto dá uma ideia de dimensão dois. Nós vivemos num mundo tridimensional e uma folha de papel também é um objeto tridimensional: tem *altura, largura e espessura*. É *tridimensional* tudo que tenha três dimensões, *altura, largura, profundidade*. Portanto, ver uma folha de papel como um objeto de dimensão dois é apenas uma *aproximação* da realidade.

Sempre fazemos aproximações da realidade! Longe de ser isto um defeito, é uma necessidade que precisa ser desmistificada. É a solução positiva dos problemas de *entender, descrever ou transmitir*

Estamos sempre aproximando a realidade, inclusive quando vemos televisão ou falamos ao telefone...

*uma realidade muito complexa com uma quantidade, relativamente pequena, de informações.*

**Exemplo 1** *Se aproximando da segunda dimensão. Considere a seguinte experiência.*

**Laminar seguidamente uma folha de plástico vermelha para reduzir-lhe a espessura.**

Aparelhagem necessária: *um laminador, um aparelho que serve para cortar uma lamina em duas ou mais lâminas de menor espessura.*

*Vou regular o aparelho para sempre obter outras duas lâminas com a metade da espessura da primitiva. Obviamente se trata dum aparelho de altíssima tecnologia possivelmente nem sequer construído pela indústria, talvez existente apenas em experiências abstratas, coisa típica de matemático.*

*Mas sua imaginação facilmente a poderá acompanhar como se você estivesse em um laboratório de ponta. Aliás, o simples facto de que você esteja lendo este livro já indica que você é um ser imaginativo... disposto a percorrer os meandros complicados da ciência.*

*Faça de contas que está na frente dum laminador...*

*Com um laminador posso reduzir a espessura da folha de plástico diversas vezes. Há um limite ao qual a própria máquina se encontra presa, por exemplo a “resolução” da lamina que corta, ou do feixe de raios laser que pode substituir a lâmina em algum dos nossos aparelhos mais avançados aqui no nosso laboratório abstrato de ponta, gentilmente financiado pela FunAmparPes.*

*O que você vai observando, e é este facto que me interessa aqui, a folha de plástico é fortemente vermelha no início, mas cada nova folha obtida do laminador vai se tornando rosa e pouco a pouco parece se tornar incolor.*

*Na verdade se chegou ao limite da percepção visual de cores.*

**Observação 1** *Cores, espectro*

*Porque, cor é o resultado da sensação ótica, efeito produzido no cérebro depois que as células da retina receberam uma certa quantidade de radiação eletromagnética com características que se chama de luz, examine na Wikipedia*

teoremas de  
existência são os  
teoremas mais  
valorizados.  
construímos  
a realidade,  
abstratamente,  
quando preci-  
samos dela! E  
funciona, sem  
deixar resíduos  
perigosos!

definição de luz e de cor [?]. Luz é a radiação eletromagnética que nossos olhos podem perceber

Você certamente já fez aquela experiência de decomposição da luz com um prisma. A luz é feita de ondas (tem gente que diz que não e algumas vezes eles também estão certos...).

Cada uma dessas ondas tem um comprimento específico que caracteriza uma determinada cor básica. São muitas as cores, milhões, trilhões... mas para a nossa percepção visual três cores básicas chegam e um prisma de base triangular decompõe a luz solar nestas três cores básicas.

E o que acontece na TV ou no vídeo do computador ou num projetor de imagens, desses com três canhões de luz, um para o vermelho, outro para azul e outro para o amarelo. O resultado é uma combinação de três imagens idênticas, produzidas pelos três canhões em que o comprimento ou frequência de cada uma das cores básicas é alterada para produzir em nossa vista a sensação das distintas cores.

Como a folha de plástico está perdendo matéria, então ela cada vez filtra menos luz que, para seus olhos, corresponde a visão da cor vermelha cada vez menos intensa até que, chegando ao limite de sua capacidade de percepção, você tem a impressão de que a folha é incolor. Ela está deixando passar praticamente toda a luz.

A folha de plástico perde *energia* a cada passagem pelo laminador porque perde *massa*.

Os dois conceitos são dependentes: *massa*, *energia*.

Precisamos somente de um dos dois, o outro se pode deduzir do primeiro. Nem sempre é fácil transitar dum para outro, por isto usamos os dois nas conversas do dia- -a-dia, ou nas aplicações.

Mas os conceitos, *energia* e *dimensão*, são independentes. O que nós veremos é que existe uma formulação, ou melhor, uma instância típica de energia para as distintas dimensões do espaço. O que você viu acontecer no exemplo acima, foi apenas que sua capacidade de percepção da cor já não pode mais perceber as emissões de luz na frequência que você identifique como uma determinada cor.

Digamos, por uma limitação do nosso aparelho ótico, é o que se chama de sensibilidade, do olho humano, ao espectro ótico. Como também existe uma sensibilidade do ouvido humano ao espectro sonoro.

Em certa faixa comprimento de onda e faixa de frequências que correspondem a calibragem de nossos olhos.

*energia* e *dimensão* são independentes.

Não quero corrigir a Natureza. "limitação" tem a conotação de possibilidade.

Fora de certa faixa de comprimento de onda e frequência, não vemos nem escutamos, a calibragem dos nossos aparelhos auditivo e visual!

## Observação 2 Espectro e percepção

*Um exemplo bem conhecido desta questão de sensibilidade a uma parte do espectro é o ruído que os morcegos fazem e que nós não percebemos.*

*Os morcegos emitem um sinal sonoro que os guia em lugar da visão que eles quase não têm. Enquanto que recebemos o reflexo da luz nos objetos para nos guiarmos em nossas caminhadas, os morcegos emitem sinais sonoros cujo reflexo nos objetos os informam do que têm pela frente. Este sinal sonoro é emitido a uma frequência tão alta que o nosso aparelho auditivo não consegue perceber. Ainda bem, a Natureza é bem equilibrada e os morcegos podem seguir vivendo sem nos incomodar.*

*De forma idêntica há ondas luminosas que não percebemos com nossos olhos, mesmo algumas que nos podem ferir ou queimar a pele, como é o caso de certos componentes da luz solar, quando o Sol se encontra próximo da vertical, relativamente, à Terra, (ou quando os raios solares atravessam um buraco da capa de ozônio).*

*Fora do espectro que nossos olhos podem perceber, nós não enxergamos. Fora do nosso espectro de audição nós não escutamos.*

*Existe uma graduação de intensidade na medida dos fenômenos: nós vemos ou escutamos dentro duma faixa de frequência.*

*Ainda tem cor na folha de plástico, porem a luz que incide sobre ela é filtrada de forma insuficiente para transportar até os nossos olhos a informação sobre a cor que o nosso cérebro possa reconhecer.*

A folha perde massa porque se aproxima dum objeto de dimensão dois. Uma das dimensões, a altura (ou a espessura), está sendo diminuída sucessivamente no processo de laminação.

Assim chegamos a ideia de que os objetos de dimensão dois tem massa zero relativamente à nossa massa tridimensional. Embora muitas vezes laminada, a folha de plástico continua sendo um objeto tridimensional, portanto nunca terá massa nula, mas terá cada vez menos massa. Ela, na verdade, tem massa de cada vez menor ao ponto que não pode mais enviar-nos o correto comprimento de onda que nos permita identificar uma determinada cor. Com a capacidade de filtragem cada vez mais reduzida, ela está deixando passar quase toda a luz: *esta é a nossa sensação.*

Você tem que prestar atenção a uma ideia eu estarei usando neste livro o tempo todo: *aproximação*. Com esta experiência que acabamos de executar obtivemos uma *aproximação* dum objeto bidimensional.

objetos de  
dimensão dois  
tem massa zero  
relativamente  
à nossa massa  
tridimensional.

Como *somos prisioneiros da terceira dimensão* não nos é possível *construir* um objeto de massa zero, porque ele pertenceria a uma dimensão inferior à nossa.

Se conseguíssemos continuar este processo indefinidamente, terminaríamos por obter uma folha de plástico de dimensão dois, mas que seria também impossível de ser percebida: porque não teria “energia” para filtrar os raios de luz. Nem sequer a sentiríamos entre os dedos, pela mesma razão: ausência de “massa” que produzisse efeitos sensíveis sobre os nossos nervos que percebem e conduzem a informação do tato.

Os objetos de dimensão dois têm energia nula, relativamente ao nosso mundo tridimensional, é a consequência do exemplo ??.

## 0.4 Massa, energia e volume

Terminei a seção anterior afirmando que a “*energia dos corpos bidimensionais é nula, seria nula*”.

Observe, entretanto, que usei um advérbio complementando “*nulo*”, *elas tem energia nula relativamente à terceira dimensão*.

Na *experiência de laminação da folha de plástico*, a folha que está sendo laminada, está perdendo *massa* ou *energia*? ou ambas?

Com esta questão remontamos a Arquimedes e o seu famoso banho de imersão no qual ele descobriu a solução do problema da liga de metais na coroa do rei.

Se conta que Arquimedes teria recebido a incumbência de verificar se o ourives da corte não estaria enganando o rei com uma liga pobre em ouro na coroa real. Arquimedes não sabia como resolver o problema, naturalmente, sem desfazer a coroa, quando observou, tomando banho em uma banheira, que seu corpo recebia de baixo para cima um empuxe da massa d’água. Daí, com sucessivas experiências, ele deduziu que à massa de um corpo corresponde um coeficiente multiplicativo do volume que este corpo aparentemente ocupa em um determinado meio, neste caso a água.

Chamamos a isto de *coeficientes específico de massa*. A água, por convenção, tem coeficiente específico 1. O coeficiente específico do chumbo é maior do que o da água.

Densidade específica é a denominação técnica

**Exemplo 2** *Coefficiente específico*

*Este é o princípio em que se baseiam os submersíveis, ou melhor, os navios, em geral. Um navio não afunda porque seu coeficiente específico é menor do que o da água.*

*Os submersíveis tem tanques que, ora se encham d'água, aumentando-se, assim, seus coeficientes específicos, eles afundam, ora a água é expulsa dos tanques e eles voltam a ter **densidade** inferior a da água e voltam a superfície.*

*Seus coeficientes específicos, com os tanques cheios, devem ser praticamente iguais ao da água de modo que eles não fiquem tão pesados e possam ficar suspensos com uma pequena força dos motores, em vez de ir ao fundo.*

*É este o mesmo princípio usado na destilação do petróleo, cujos componentes se subdividem em distintos níveis, por densidade específica, sendo possível separá-los então.*

Massa e energia são dependentes. Os físicos buscam alucinadamente a formula de transformar *massa* em *energia*. A *massa* é o *suporte* da energia. Examinemos alguns exemplos que nos podem ajudar a compreender a ligação entre massa e energia.

**Exemplo 3** *Quantidade de movimento.*

*Uma locomotiva tem mais massa que uma bola de futebol, assim é mais difícil, parar uma locomotiva do que parar uma bola de futebol se ambas estiverem a mesma velocidade.*

*O estrago que uma locomotiva pode fazer é usualmente muito maior do que uma bola de futebol poderia fazer. Ora, estrago sendo,*

- *uma consequência da quantidade de energia empregada,*
- *isto significa que locomotiva estraga mais do que a bola, estando as duas à mesma velocidade;*
- *então a locomotiva tem mais **quantidade** de energia, mesmo estando parada, e isto tem um nome, **inércia**.*

De maneira total, de forma confiável, segura...

“*suporte*” tem um sentido matemático diferente do usado na linguagem coloquial e aqui vale nos dois sentidos!

É preciso mais energia para frear a locomotiva.

inércia

de *É um conceito da Física, a quantidade de movimento que é a transformação entre dois “estados” da energia, a energia cinética ou a energia potencial*

*Poderíamos fazer com que a bola de futebol produzisse o mesmo estrago que locomotiva, se a fizéssemos ter a mesma quantidade de movimento que a locomotiva. Para isto seria preciso que a bola adquirisse uma velocidade espantosa com um gasto muito grande de energia, porque ela tem pouca massa.*

*Ao mesmo tempo seria muito difícil de dar-se a locomotiva uma velocidade muito grande, porque ela tem muita massa e consequentemente muita inércia.*

*Mas, observe, para produzir o mesmo estrago é preciso gastar a mesma quantidade de energia, seja com a bola ou com a locomotiva. Para que uma ou a outra adquira a mesma quantidade movimento é necessário gastar a mesma quantidade de energia.*

*A locomotiva oferece mais impecílio ao aumento de velocidade, porque tem mais massa que a bola de futebol. A bola oferece menos resistência ao aumento de velocidade, porque tem menos massa.*

*Vemos assim que a massa é aquilo que provoca num corpo a sua resistência maior ou menor ao aumento de velocidade.*

### **Observação 3** *Massa, energia, inércia*

*Embora literalmente verdadeiro, podemos imprimir à bola de futebol uma quantidade de movimento igual a da locomotiva, na prática isto é difícil de ser feito. Este fato simples ilustra a dificuldade de transformação das formas de energia.*

*Também ilustra o conceito de inércia. Não precisaríamos deste novo conceito, ele é consequência da massa. Tendo mais massa, tem mais inércia. A diversidade dos conceitos, entretanto, responde a forma como diferentes indivíduos compreendem os fatos científicos. Falamos em inércia no repouso querendo dizer a reação a entrar em movimento, e tem mais inércia quem tiver mais massa. Falamos em inércia no movimento e, exatamente também, tem mais inércia no movimento quem tiver mais massa.*

*Para efeitos práticos vemos energia sob diversas formas e grande parte do nosso tempo e do nosso trabalho é gasto na transformação da energia entre estas distintas formas para conseguirmos um efeito ou outro*

- luz, para vermos,
- calor para cozinhar ou para transformar em energia cinética,

O que provoca o estrago é a quantidade movimento.

A massa é o coeficiente inercial dum corpo.

Com perdas de energia também consideráveis.

*são exemplos do cotidiano.*

**Exemplo 4** *A inércia no espaço.*

*Os técnicos de programas espaciais sentem com muita clareza os conceitos de massa e inércia. Eles se encontram*

- *inércia em um meio de gases extremamente rarefeitos, portanto com viscosidade quase nula, praticamente não há atrito. Viscosidade é aquilo que o impede de se mover livremente dentro d'água, numa piscina comparado com a facilidade que você tem para se mover fora da piscina. Em outras palavras, a viscosidade da água é maior do que a viscosidade do ar. Este atrito é consequência da energia intermolecular. No espaço, em órbita, esta liberdade é quase total, pois a quantidade de fluido é quase nula e consequentemente a energia intermolecular é quase nula.*
- *inércia submetido a uma pequena gravidade. Gravidade sempre existe, em qualquer lugar do Universo, por exemplo a força gravitacional da estação espacial ou duma estrela distante. Um astronauta que saia da estação espacial, se encontrara livre na esfera cuja raio é a distância da estação ao centro da terra. Se ele não estiver preso por um cordão à estação e cometer o erro de dar um empurrão na estação, ambos se deslocarão, em sentidos contrários, livremente em cima da superfície desta esfera e o astronauta possivelmente estaria perdido e morreria, como consequência da inércia no movimento, claro, haveria a possibilidade de que ele seguisse em perpendicularmente à estação sobre um círculo máximo retornando do outro lado, mas para isto deveria ficar imóvel, sem mexer braços, pernas ou cabeça... pacientemente. Uma pequena viagem de algo em torno de 2.500 mil quilômetros com o risco de voltar em um momento que a estação não esteja no ponto certo! O astronauta estaria herdando a velocidade que estação, EEI, tem em órbita, por inércia, mas qualquer erro na perpendicularidade do seu trajeto poderia ser fatal para retornar ao ponto certo.*

viscosidade  
mede a energia  
intermolecular  
dum fluido.

Pela ação e  
reação, estação  
e astronauta  
se deslocarão  
em sentidos  
contrários...

E aqui há um  
erro sutil, a  
solução está no  
capítulo 6.

Estação  
Espacial  
Internacional



*Eu deixo esta história para você, isso está longe de ser verdade! Leia na Wikipedia a respeito da EEI para descobrir que a órbita não é (e nem poderia ser) circular, por exemplo. Depois o astronauta fora da EEI deixa de atender às condições para estar em órbita em conjunto com a estação. Simplificando, é melhor que ele não se arrisque num passeio deste tipo!*

- não é inércia, é conservação da energia o espaço sideral funciona como uma garrafa térmica, um pedaço de material de cor preta, armazenará, sob forma de calor, a energia do Sol a ponto de queimar quem nele tocar inadvertidamente. Aviso, no caso de você se incorporar à tripulação da EEI, nunca deixe uma ferramenta fora da caixa branca de ferramentas.

Não deve ser branca, metálica, possivelmente!

*Um dos problemas que os técnicos de estações espaciais tem é o de parar objetos em movimento:*

1. Dar, a um módulo espacial, movimento, para levá-lo ao encontro de outro.
2. pará-lo para que não ocorra uma colisão desastrosa entre os módulos, pequenas colisões são inevitáveis, esperadas e suportáveis.

*Observe que é preciso fornecer aos objetos pequena quantidade de movimento, energia, para que se os possa parar também com pouca energia.*

*A ação e reação fica muito visível fora da gravidade de um corpo grande como a Terra. Fora, no espaço, se você bater numa bola de tênis de mesa, você também vai ser deslocado para o outro lado, a bola mais rápido, porque tem menos massa do que você.*

Fora da gravidade?

*A bola de tênis tem menos inércia do que você.*

Compare com o que eu disse a respeito da locomotiva e da bola de futebol

### 0.4.1 O conceito Newtoniano de massa

Em “*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*”, Newton coloca como definição primeira: *a medida da quantidade de matéria*

*resulta conjuntamente de sua densidade e de seu volume* Prossanguindo, diz: ... *a essa quantidade de matéria me referirei daqui por diante como corpo ou massa.*

No conceito Newtoniano, o produto de dois coeficientes da matéria, *volume* e *densidade relativa* é a definição de *massa*, entendendo-se que a unidade de massa fica padronizada considerando a água como padrão.

Este coeficiente, *densidade relativa*, foi sendo obtido experimentalmente ao longo da história com seus valores sendo corrigidos à medida que a tecnologia permitisse medidas mais precisas. É um conceito experimental no sentido em que os valores foram sendo estabelecidos através de experiências com distintos tipos de material.

Newton,  
Princípios  
Matemáticos  
da Filosofia  
Natural, [?].

Com a Revolução Francesa foram estabelecidos alguns padrões, entre eles o da água como de densidade 1

## 0.4.2 Massa e teoria da relatividade

Na *teoria especial da relatividade* se conclui que, ao ganhar *velocidade* um corpo parece “adquirir mais” massa, *relativamente a um observador que se encontre parado relativamente ao corpo que ganha velocidade.*

Mas, como adquirir massa, se aceitarmos o princípio de Lavoisier, *na Natureza nada se perde, nada se cria, tudo se transforma?*

Como a velocidade corresponde a uma forma de energia, *energia cinética*, então a única saída, sem desprezar o postulado de Lavoisier, consiste em admitir uma transformação de *energia cinética* em *massa*.

Ao se tentar imprimir maiores velocidades a um corpo se aumenta a sua resistência à variação do estado, a inércia. O modelo que se propõe é dado pela equação

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1)$$

em que  $m_0$  é a *massa* do corpo em *repouso*,  $m$  é a massa relativista,  $v$  é a velocidade observável do corpo, e  $c$  é velocidade da luz no vácuo. Uma hipótese da teoria é de que esta é a velocidade máxima

$c \approx \frac{300.000km}{s}$ .

que um corpo pode atingir, a velocidade da luz. Observe que não interessa falar de *velocidade*, mas de *energia*.

A *energia* é uma propriedade intrínseca da matéria, como a *massa*. A velocidade é uma propriedade relativa que somente é observável na presença dum referencial. A velocidade faz parte da realidade distorcida...

Um limite para esta transformação parece ser a velocidade de certas partículas que, em compensação, têm pouquíssima massa.

Parece que neste ponto há uma coincidência de pontos de vista, Newtoniano e Relativista, massa e energia são “proporcionais”, sob certas condições, proporcional ao volume sendo o *coeficiente específico de massa* o índice de proporcionalidade. O produto deste coeficiente pelo volume que *aparentemente* o corpo ocupa estabelece a quantidade de massa:

$$E \propto m ; E = \kappa m ; E = mc^2 \quad (2)$$

### Exemplo 5 (Revisitando a EEI) *Sistema em órbita*

Uma estação espacial em órbita, como a EEI, traz uma série de exemplos físicos interessantes, como já observei.

Estação  
Espacial  
Internacional

1. colocar um sistema em órbita Uma tarefa difícil, com grande dispêndio de energia é uma técnica toda especial usando equações diferenciais. Mas não há nenhum conhecimento novo a ser adquirido a não ser os detalhes técnicos para reduzir o uso de energia e aumentar a proteção da tripulação contra a irradiação ou pedras ... os ingredientes básicos são equações diferenciais e programação, e, obviamente, a nave espacial e a plataforma de ejeção, em poucas palavras, um monte de dinheiro. Felizmente, nos últimos tempos começou alguma cooperação internacional, de modo que a humanidade está a gastar menos dinheiro e, talvez, haja mais retorno em termos de conhecimento em domínio público. Será verdade?

2. componentes dum sistema em órbita O sistema é formado de

Nome      apro-  
priado      para  
velocidade  
angular      neste  
contexto

verdade  
valor as-  
ico um  
.

peças, objetos e a nave-mãe. Todos estes “objetos” se encontram em repouso relativamente uns aos outros. Todos se encontram à mesma velocidade orbital relativamente à terra.

3. alterações no sistema em órbita Se algum destes objetos, por exemplo a nave de transporte, tiver seus motores acionados, sua velocidade muda e pode sair do nível orbital em que se encontra para, por exemplo, voltar à Terra. É uma operação delicada como você bem pode imaginar que é afastar dois corpos em um ambiente relativamente livre de gravidade (o nível orbital) sem alterar a posição, relativa a Terra de um deles. Exige muita energia porque, em princípio um módulo espacial tem muita massa. Também usa técnicas especiais com apoio das equações diferenciais. Os detalhes são da Mecânica Computacional!
4. Movimentação no mesmo nível orbital. Uma quantidade, mesmo pequena, de energia provoca um tal movimento. Cuidado com a ação e reação. Cuidado para conseguir voltar para o ponto de saída. Aqui há um erro potencial já mencionado antes e corrigido no capítulo 6 o da movimentação dentro do mesmo nível orbital. . .

### Exemplo 6 Salto quântico

A matéria se compõe de pequenas partículas organizadas em volta de um núcleo mais pesado. As partículas mais conhecidas (conhecidas a muito tempo) são prótons, elétrons, nêutrons. E a lista está longe de ficar completa. . .

Existem 90 átomos diferentes que ocorrem de forma natural na natureza e os cientistas, e uma certa indústria, conseguiram produzir mais algumas dezenas em laboratório.

- *Prótons tem uma carga elétrica positiva.*
- *Elétrons tem uma carga elétrica negativa e se concentram em torno do núcleo que é formado dos prótons e nêutrons (que são*

Sai do objetivo do livro. É da Mecânica Computacional, seus componentes são aceleração, velocidade, massa, gravitação e certamente, programação. Um bom exercício!

Teoria nebular da matéria: a matéria é uma nuvem de partículas em torno dum núcleo.

eletricamente neutros como diz seu nome). Uma determinada concentração “estável” de elétrons e prótons corresponde a um átomo dum elemento químico.

- Há outras partículas nos átomos e algumas vezes se descobre mais alguma.

Os elétrons se encontram em órbitas definidas pela sua energia e podem mudar de órbita ao ganhar ou perder mais energia. Esta é uma das característica de “instabilidade” da matéria.

Aceleradores são aparelhos que manipulam elétrons para, por exemplo, bombardear núcleos de outros átomos e assim descobri-lhes a estrutura. Leia mais a respeito em [?] de onde obtive a figura (fig. ??) página ??.

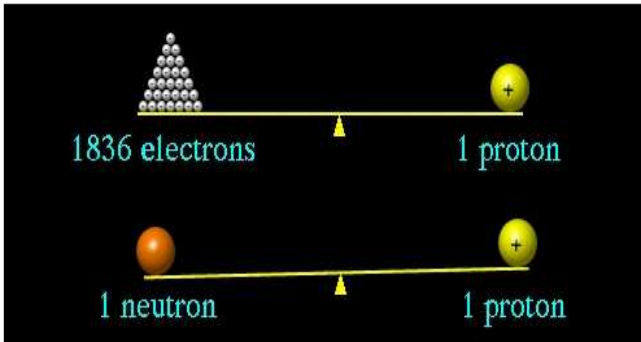


Figura 1: Elétrons, prótons e nêutrons

A noção, ou a imagem, que muitas vezes é passada dos átomos como um pequeno universo de elétrons girando em torno do núcleo é certamente falsa, examine [?] em que a descrição dos elétrons é “de uma nuvem (de elétrons) envolvendo os núcleos” e se pudéssemos ver perceberíamos a matéria como nuvens de elétrons concentrados em torno dos distintos núcleos. Não posso me alongar nesta questão

Nuvem de elétrons.

*sem distorcer o meu objetivo...mas este é um assunto fascinante que conduz à discussão da eletricidade, por exemplo. Leia sobre átomo na Wikipedia, [?].*

## 0.5 Volume, energia, massa e dimensão

O experimento com a folha de plástico não pode prosseguir indefinidamente porque a matéria tem limitações. São *limites específicos* algo bem parecido com a *densidade específica*. O plástico se compõe duma *nova unidade elementar* formadas de átomos de diversas substâncias simplesmente agregadas numa nova estrutura chamada *molécula* se esta estrutura for *quebrada* não se tem mais *plástico*.

Este *limite* é o que se chama, algumas vezes, de uma película do material, uma folha com cuja dimensão, “altura”, é o tamanho de uma molécula. Se o laminador do nosso *laboratório de ponta* conseguisse chegar lá, teríamos a folha com espessura mínima do material em consideração, uma *película* de plástico.

Vou estabelecer como definição que *uma película* é uma folha de um determinado material tendo como altura o tamanho de uma molécula do material.

Claro esta *altura* é variável, porque as moléculas não precisam ser *redondas* ou *quadradas* e nem *ficarem quietas*. Elas são terrivelmente sensíveis à variação térmica e certamente a *indústria* não irá aceitar a minha definição, eles precisam de alguma coisa mais estável que tenha tamanhos fixos aos quais possa aplicar padrões que se traduzam em preço....

Assim as *películas* são o limite de laminação a que podemos chegar sem destruir o material. Se conseguirmos laminar além deste limite, o resultado não seria mais uma “folha” do material em questão porque as moléculas estando quebradas as propriedades que caracterizam o referido material deixam de se verificar.

Mesmo assim teríamos matéria pela frente e possivelmente poderíamos senti-la com auxílio de instrumentos que aumentassem a

potência dos nossos órgãos, *visão ou tato*, porque ainda seriam objetos tridimensionais com volume não nulo. Possivelmente não poderíamos mais calcular o volume deste material usando o *coeficiente de densidade específico* porque, o material estando modificado, perdeu suas características próprias, entre elas a que garante a densidade de átomos ou moléculas.

é impossível ver um elétron, [?, Heisenberg, princípio da incerteza].

- *Volume* é o nome de um tipo de medida, é uma medida específica da terceira dimensão.
- *Área* é o nome de um tipo de medida específica da dimensão dois

“Área” é um conceito que não pertence à nossa dimensão, é o resultado duma forte abstração a convivência com a área de objetos bidimensionais. Este é um dos êxitos da Geometria Euclidiana e da sua importância no Ensino Médio. A Geometria Euclidiana, embora represente uma prisão, ainda assim ela tem aspectos de abstração que devem ser ganhos nesta etapa da educação.

Importância não impede a crítica!

## 0.6 A laminação vai logo terminar

Eu posso usar toda a discussão anterior sobre a massa para concluir corretamente a experiência o abstrata de laminação da folha de plástico.

*Mas...* se esta laminação pudesse prosseguir indefinidamente, nos veríamos, a cada passo, com uma *dificuldade* de perceber o material, *porque o volume* se reduziria proporcionalmente à altura que estava diminuindo, assim como a energia do plástico, (ou a massa), e conseqüentemente fazendo-o perder a capacidade de filtrar a luz, que nos fornece a sensação de cor do objeto.

A **conclusão** desta experiência é de que não podemos ver objetos de dimensão dois, porque eles tem *massa nula relativamente* a a nós, humanos. Eles teriam massa bidimensional que é nula para nós. Eles têm *apenas* área e esta é uma medida nula para nós, tridimensionais: é nula relativamente à terceira dimensão. Precisamos de volumes para ser capazes de calcular a energia com valor diferente de zero.

Assim se caracteriza nossa condição de prisioneiros da terceira dimensão: não podemos perceber os objetos que porventura existam em dimensão dois porque eles não tem matéria que a nós, humanos, possamos perceber. Como eles tem massa (ou energia) nula, *relativamente* a nós, os sinais físicos por eles emitidos tem energia nula também, o que nos impede de percebê-los. O mesmo se pode dizer de objetos de dimensão um.

#### **Observação 4 (área)** *medida nula, relativamente a a nós*

*Relativamente a nós, humanos, tridimensionais!*

*Acho que cabe uma observação aqui sobre a afirmação de que as medidas que chamamos de área ou comprimento, são nulas na dimensão três. Afinal você compra um terreno e paga pela área do mesmo e o preço em geral está longe de ser nulo.*

*A palavra chave aqui é “relativamente”. Obviamente, o terreno não é um objeto plano, pode ter árvores que tem raízes que se prolongam pelo solo e tudo pertence ao terreno. Mas é a medida da superfície externa do terreno que é usada para determinar o seu preço de acordo com a exploração imobiliária e esta medida a Matemática sabe calcular como também sabe calcular medidas de espaços de dimensão um, que são comprimentos de segmentos de retas ou de curvas, representando distâncias entre cidades em que as rodovias são vistas neste momento como curvas. É o processo de abstração em que ciência é aplicada para resolver problemas do mundo real. Você já viu um exemplo de desta abstração, de dimensão infinita, na figura (??), página ???. E aí está o número da página, graças ao  $\text{\LaTeX}$ , para que você volte atrás e veja novamente a figura!*

*Nestes dois casos estamos usando modelos de dimensão dois ou um para representar situações da vida real. Vou discutir mais a frente modelos de dimensão maior e até de dimensão infinita. Mas em nenhum destes casos, nós, os seres humanos, saímos de nossa prisão tridimensional . . .*

A situação já não seria a mesma relativamente a objetos de dimensão quatro, ou maior, como vou mostrar-lhe mais a frente. Entra em força a prisão euclidiana!

## 0.7 Matéria e energia nulas

A matéria desaparece?  
Ou há uma dependência da dimensão?

Nulas ou *relativamente* nulas?



Vou mostrar-lhe, no capítulo 3, que a nulidade de uma propriedade de um objeto é uma característica relativa deste objeto quando comparado como pertencente outra dimensão “maior”.

Se houver um Universo físico de dimensão maior do que a do nosso Universo  $3D$ , e se por acaso o nosso universo estiver contido neste universo  $4D$ , todas as propriedades dos objetos pertencentes ao nosso universo terão propriedades nulas nesse Universo  $4D$ . Isto é uma recorrência para maiores dimensões.

Vou mostrar-lhe que este fato é o empecilho fundamental para comunicação entre Universos de dimensão diferente: não podemos enviar nenhuma mensagem aos seres que habitem um Universo de dimensão maior do que a nossa (e onde estivermos, por acaso, contidos) porque a quantidade de energia que tivermos (que os nossas emissões de sinais tiverem) é zero relativamente a este Universo de dimensão maior.

Também não podemos perceber nenhuma mensagem de seres que habitem um Universo de dimensão inferior a do nosso Universo (dimensão 2, 1 ou zero) porque a energia deles é zero para nós.

Este é a caracterização do nosso aprisionamento em nossa dimensão.

Esta página, qualquer página deste livro, é um objeto tridimensional, tem altura, largura e altura.

Entretanto, virando a folha você vai rever a figura que lhe apresentei na introdução, um retrato de objetos dum espaço de dimensão infinita. A sua representação numa folha de papel é apenas modelagem que a Matemática faz e que assim pode nos liberar da prisão tridimensional. Mas é um processo de abstração que se ganha cuidadosamente e seguidamente estudando e aprendendo.

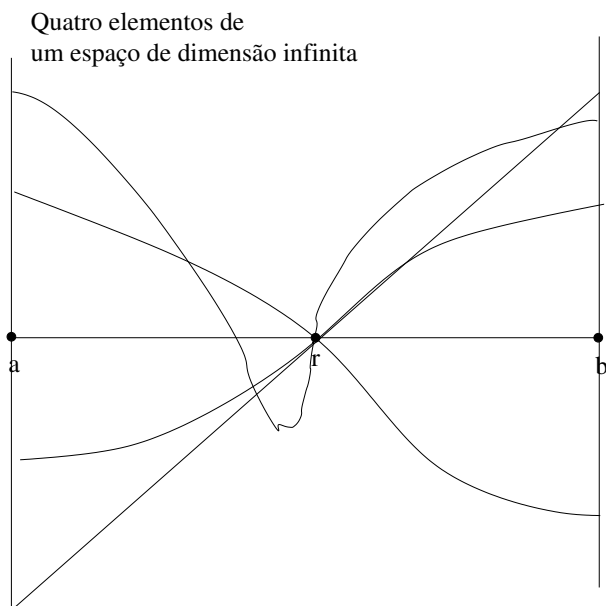


Figura 2: Quatro elementos num espaço de dimensão infinita

# Índice Remissivo

- 4D, 193
- água, 132
  - curvas no fluxo, 133
  - fluxo de, 131
- álgebra linear, 93
- Álgebra Linear, 188
- área, 107, 111
  - integral, 117
  - Riemann, 117
  - um tipo de medida, 42
- L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X , 24
- T<sub>E</sub>X, 24
- 5D, 193
  
- abstração, 170
- aceleradores, 40
- ação
  - reação, 35, 39
- açude
  - folha d'água, 132
- aproximação, 29, 104, 115, 167
- aquecimento
  - atmosfera, 164
- aquecimento da atmosfera, 51
- arquimediana
  - propriedade, 125
- assintótico
  - valor, 37
- astronauta, 35
- atmosfera
  - aquecimento, 164
- atravessando
  - mundo 1D, 172
  - parede, 172
- axioma
  - da escolha, 77
  
- bidimensional
  - ser, 160
- básicos
  - caracteres
    - escrita, 103
  - elementos
    - químicos, 103
  
- calc, 69
- Cantor
  - $\mathbf{N}$ , 63
  - hipótese de, 120
- cardinalidade, 68, 120, 121
  - Cantor, 119, 120

- salto de, 120
- Carl Sagan, 176
- cativeiro, 177
- Cauchy-Kovaleskaya
  - problema de, 149
- Cavallere
  - regra de, 66
- círculo máximo, 35
- clock, 165, 180
- codificação
  - alfabetos, 103
  - binária, 104
  - tabela de elementos, 103
  - UTF, 103
- coeficiente angular, 97
- coeficiente linear, 97
- comprimento, 107, 110
- computacional
  - mecânica, 39
- condição
  - de fronteira, 148
  - inicial, 148
- conhecimento, 184
- conjunto
  - finito, 120
  - infinito, 120
- constante
  - de integração, 148
- convenção
  - constante, 142
  - em Matemática, 142
  - variável, 142
- cordas
  - teoria, 21
- cores, 27
- cores básicas, 27
- curva, 62
- curva de nível, 140
- curva espacial, 140
- degenerado
  - segmento, 97
  - segmento de reta, 83
  - triângulo, 99
- densidade
  - relativa, 36
- derivada
  - implícita, 142, 143
  - modelo, 142
- derivação
  - implícita, 141
- diferencial
  - equação, 147
- dimensão, 18, 20, 21, 93
  - base, 106
  - calculo, 142
  - curva, 142
  - do ponto, 80
  - fractal, 21
  - infinita, 21, 46
  - psicologia, 184
  - regra prática, 142
  - superfície, 142
  - variedade, 142
- dimensão infinita, 154
- dimensão  $n$ 
  - $nD$ , 193
- dinâmico
  - sistema, 51, 135, 164
- $dx$

- dy,dz, 149
- ecologia
  - agressão, 168
- EEI, 35, 38
- elétrons
  - nuvem, 40
- energia, 19, 20
  - ,massa, 59
  - cinética, 32
  - conservação, 35
  - potencial, 32
- equação
  - diferencial, 147
  - solução aproximada, 148
- erro
  - astronauta, 195
  - esfera orbital, 195
- erros
  - capítulo 6, 22
- escolha
  - axioma, 77
- espacial
  - estação internacional, 35
- espectro, 27
- estabilidade, 165
- estados
  - da matéria, 48
- estação espacial, 34
- euclidiana
  - geometria, 62, 77
- exceção
  - em Matemática, 121
- existência
  - teorema de, 138
- fatorial, 83
- Fermat, 105
- ferramentas
  - caixa branca, 35
- figura
  - área, 112
  - átomo, 41
  - órbita, 58
  - aproximação, 119
  - curva de Jordan, 14
  - dimensão infinita, 21, 46
  - esfera unidimensional, 110
  - exaustão de Eudóximo, 112
  - fluxo d'água, 132
  - formiga, 168, 169
  - fractal, 64, 162
  - geradores do plano, 99
  - interseção, 82
  - malha, 134
  - pegadas
    - ultra dimensão, 88
  - ponto de sela, 136
  - racional, 66
  - reta
    - coef. angular, 96
    - reta numérica, 184
    - retas paralelas, 171
    - reta tangente, 141, 146
    - segmento gerador, 98
    - semiplanos, 71
    - semi retas, 70
- filtro, 28
- fino hiperplano, 177
- fluido
  - Sol, 59

- folha d'água
  - açude, 132
- formatação, 105, 106, 110, 181
  - referência, 181
- formiga
  - bidimensional, 170
  - presa, 93
- fronteira
  - condição de, 147, 148
- Galileu
  - N, 63
- garrafa
  - aberta para  $4D$ , 170
  - fechada para  $3D$ , 170
- geometria, 183
  - euclidiana, 77
- global
  - aquecimento, 164
- gnuplot
  - comandos, 136
- gravidade, 34
- heurístico, 152
- hiperplano, 157, 160, 190, 193
- hiperplanos, 187
- hipersuperfície, 156, 157, 160, 193
- hipersuperfícies, 187
- hipervolume, 107
- hipótese, 48
- implícita
  - função
    - teorema, 138, 139, 147
- infinitesimal, 149
- infinito, 61, 68
  - N, 63
  - abstração, 65
  - conjunto, 120
  - fractais, 63
  - limitado, 65
  - xaos, 64
- inflexão
  - ponto de, 135–137
- informação, 97
- inicial
  - condição, 148
- inércia, 32, 33, 35
- internacional
  - estação espacial, 35
- Lavoisier, 37
- Lebesgue
  - medida, 122
- limitado, 61
  - infinito, 65
- limite
  - situação, 83, 97
- linear
  - álgebra, 93
- livre
  - software, 137
- luz
  - velocidade, 37
- magro, 91, 92, 123
- massa, 33
  - energia, 59
  - zero, 92
- matéria

- desaparece, 44
- estados, 48
- medida, 21, 60, 108
  - de Lebesgue, 122
  - discreta, 116
  - Lebesgue, 122
  - nula, 44
  - padrões, 108
  - princípio básico, 116
  - propriedade aditiva, 116
  - zero, 172
- medida zero, 172
- média
  - teoria, 54
- modelo
  - área, 44
  - comprimento de curva, 44
  - dimensão dois, 44
  - dimensão um, 44
  - mundo real, 44
- molécula, 41
- montain pass
  - theorem, 135
- movimento
  - quantidade, 32
- mundo real
  - modelagem do, 44
- nebular
  - teoria, 39
- Newton
  - Principia, 36
- não euclidiana
  - geometria, 72
- nível orbital, 39
- núcleo e imagem
  - teorema, 79
- nuclear
  - acidente, 49
  - energia, 49
  - reator, 49
- nula
  - medida, 44
  - relativamente, 44
- nuvem de elétrons, 40
- ondas
  - eletromagnéticas, 154
- ozônio
  - camada de, 168
- padrão
  - área, 111
  - comprimento, 110
  - da verdade, 83
  - medida, 108
  - volume, 112
- paradoxos, 22
- película, 41
  - definição, 42
- percepção, 184
- plano, 62
- planos
  - interseção, 77
  - no espaço  $3D$ , 73
- plano tangente, 143
- ponto
  - de atração, 134
  - de inflexão, 133, 137
  - de repulsão, 134

- dimensão, 80
- ponto de inflexão, 136
- ponto de sela, 136, 137
- prisão
  - cultural, 104, 110, 111
  - euclidiana, 44
  - linguística
    - tridimensional, 160
  - na dimensão 3, 129
- prisma, 27
- programa
  - caos, 64
- psicologia
  - dimensão, 184
- quantidade de movimento, 32, 33
- reação
  - ação, 39
- referencial, 181
- referência, 183
- refrigerante
  - beber, 167
- relativo
  - tamanho, 180
- representação
  - dos racionais, 65
- reta, 62
  - equação, 144
- retas
  - reversas, 73
- reta tangente, 143
- revolução
  - superfície de, 133
- Riemann
  - integral, 117
- Rio de Janeiro, 18
- Sagan
  - Carl, 176
- segmento de reta
  - degenerado, 83
- sela
  - curvatura, 136
  - ponto de, 135–137
  - ponto de sela, 135
- semiespaços, 73
- semi reta
  - semiuniverso, 172
- sistema dinâmico, 51, 180
- sistemas
  - dinâmicos, 165
- Sistemas Dinâmicos, 188
- situação limite, 83, 97
- Sol, 59
- string
  - theory, 21
- superfície, 62, 140
- tamanho relativo, 180
- tempo
  - voltando, 171
- teorema
  - de existência, 138
    - aspecto prático, 138
    - garantia computacional, 138
  - função implícita, 138, 139, 146
  - montanha
    - passagem da, 135



- núcleo e imagem, 79
- teoria
  - da relatividade, 37
  - nebular da matéria, 39
- terreno
  - preço, 116
- tipo de medida
  - área, 42
  - volume, 42
- umbilical
  - cordão, 195
- variedade, 140, 187, 188
  - de dimensão dois, 140
  - de dimensão um, 140
  - dimensão, 142
  - linear, 189
    - dimensão 1, 189
    - dimensão 2, 189
    - dimensão 3, 189
- verdade
  - o padrão, 83
- volume, 107, 112
  - um tipo de medida, 42
- xaos
  - o programa, 64
- zero
  - massa, 92



# Referências Bibliográficas

- [1] R Feynman, R. B. Leighton, and M Sands. *The Feynman Lectures on Physics Vol I,II,III*. Addison-Wesley Publishing Company, 1971.
- [2] Jeferson Silva. Blog do j silva.
- [3] Richard F.W. Bader. *Atoms and molecules*. chemistry.mcmaster.ca.
- [4] Thomas Williams, Colin Kelley, and many others. gnuplot, software to make graphics. Technical report, <http://www.gnuplot.info>, 2010.
- [5] Wikipedia. *O princípio da incerteza de Heisenberg*. [http://pt.wikipedia.org/wiki/Princípio\\_da\\_incerteza\\_de\\_Heisenberg](http://pt.wikipedia.org/wiki/Princípio_da_incerteza_de_Heisenberg) .
- [6] Guerra Junqueiro. *A escola portuguesa*. <http://www.citador.pt/>.
- [7] SobralMatematica. Sobral matemática. In *Página de Cálculo Multivariado*. <http://www.multivariado.sobralmatematica.org>, 2012.

- [8] Isaac Newton. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. 1687.
- [9] Genésio Lima dos Reis e Valdir Silva. *Geometria Analítica Vectorial*. Editora da UFGO, 1985.
- [10] Stephen Smale Morris W. Hirsch. *Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra*. Academic Press, 1974.
- [11] Carl Sagan Foundation. *Carl Sagan Foundation*. <http://www.carlsagan.com/>.
- [12] G.F. Simmons. *Introduction to Topology and Modern Analysis*. McGraw-Hill - Book Company, 1968.
- [13] G.F. Simmons. *Differential Equations with Applications and Historical Notes*. McGraw-Hill - Book Company, 1979.
- [14] the free encyclopedia in the Internet Wikipedia. Wikipedia, the free encyclopedia in the internet. <http://www.wikipedia.org>.
- [15] David Stacy. *HOTEL AD INFINITUM*. <http://scidiv.bcc.ctc.edu/Math/InfiniteHotel.html>.
- [16] xaos. *Fractal program*. <http://xaos.sf.net>.