Ótica geométrica e adefinição do círculo

Praciano-Pereira, T [*]

23 de janeiro de 2024
preprints da Sobral Matemática
no. 2024.01
Editor Tarcisio Praciano-Pereira
tarcisio@sobralmatematica.org

Resumo

A única curva em que, em todos os pontos, a tangente é perpendicular ao raio é o círculo, esta é uma definição geométrica do círculo que vale também para uma esfera em qualquer dimensão. Vou provar usando a ótica geométrica.

palavras chave: círculo, ótica geométrica, uma propriedade do círculo.

The circle is a curve in which every point the tangent line is perpendicular to the radius, this is a geometrical property which defines the circle. I will use the *geometric optics* to prove it.

keywords: a property of the circle, circle, geometric optics.

[*]tarcisio@sobralmatematica.org

1 Uma propriedade da ótica geométrica

A figura (fig 1), página 1,

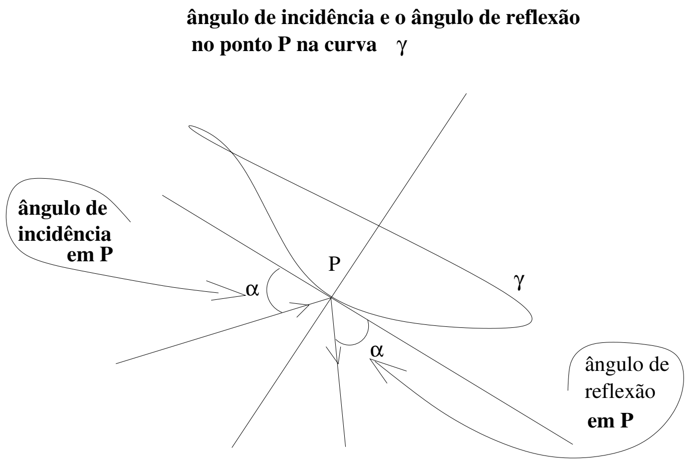

Figura 1:

mostra-lhe o ângulo de incidência e o ângulo de reflexão dum raio de luz que ao incidir sobre uma superfície polida, uma curva γ, sob um ângulo α no ponto P se reflete segundo o mesmo ângulo α. Não vou entrar na questão da Física sobre o que é a luz, onda ou não, o que interessa é que os cálculos com *raios de luz* funcionam de acordo com a *ótica geométrica* que é o que me interessa aqui.

Este resultado depende do meio onde a luz se propaga.

Também não vou colocar na discussão que há modificação do *ângulo de reflexão* quando a luz atravessa distintos meios, vou considerar que tudo se passa dentro dum meio homogêneo. Na figura (fig 1) você vê uma curva, e poderia ser uma superfície polida, sobre a qual incide um *fecho de luz* segundo o ângulo α e o resultado é a luz se reflete de acordo com o mesmo ângulo de incidência, α. Estas outras considerações apenas desviariam do meu objetivo principal que é uma propriedade dos *objetos esféricos*.

Na figura também aparece a reta tangente no ponto de incidência, e no Cálculo você vai ter a explicação exata de porque preciso da reta tangente para registrar o ângulo α, porque isto envolve a *derivada* que não pode ser meu assunto aqui. Esta questão do ângulo de incidência aparece no Ensino Médio onde não aparece a derivada portanto você tem todas as razões para aceitar o que estou propondo agora.

O que me interessa mesmo é o círculo e a *ótica geométrica* vai me ajudar a revelar uma importante propriedade desta curva que é um dos assuntos deste capítulo. A próxima figura, (fig 2), página 2, lhe mostra um círculo e agora o raio de luz, ao incidir sobre o círculo na direção do centro do círculo, determinada pelo raio, vai se refletir na mesma direção, na direção determinada pelo raio o que significa que a tangente é perpendicular ao raio. Esta é uma propriedade que comprova, *experimentalmente* na Física e vou *fazer uso dos experimentos da Física* para chegar numa importante propriedade do círculo.

2 Uma propriedade do círculo

A figura (fig 2), página 2, lhe mostra um círculo e agora o raio de luz, ao incidir sobre o círculo, vai sempre se refletir na mesma direção, na direção determinada pelo raio o que significa que a tangente é perpendicular ao raio porque o ângulo de incidência, igual ao ângulo de reflexão, é zero, então o raio de luz *sempre* incide na direção do raio e retorna na direção do raio.

Numa *superfície esférica.* o raio de luz *sempre* incide na *direção do raio* e volta na *direção do raio.*

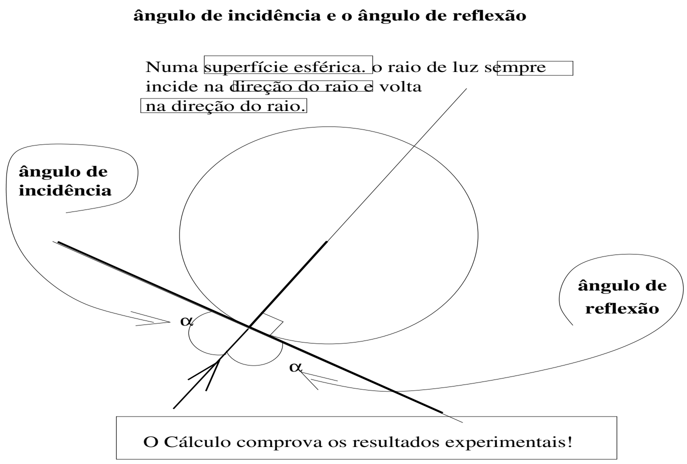

Figura 2:

Eu estou me valendo da *ótica geométrica* que somente pode *comprovar* experimentalmente: um raio de luz se reflete perpendicularmente à qualquer superfície esférica, diz a *ótica geométrica.* No Cálculo esta questão vai ser demonstrada com precisão, usando a *derivada implícita*, que não pode ser meu assunto aqui. No Cálculo você vai aprender a equação diferencial do círculo que leva facilmente à demonstração desta propriedade experimental da *ótica geométrica.* refletir sobre a mesma direção em que veio, a direção perpendicular à reta tangente. Este resultado experimental me diz que no círculo a tangente é perpendicular ao raio e o Cálculo vai lhe mostrar que esta é uma forma de definir círculo, *a única curva que em qualquer ponto a tangente é perpendicular ao raio.*

O Cálculo comprova os resultados experimentais!

3 É com o Cálculo, que se pode provar

Quem prova é o Cálculo, e os experimentos com a *ótica geométrica* dificilmente mostram que é isto que acontece quando o objeto é esférico. Isto resultou de uma consulta que fiz ao colega *Prof. Roberto Lima, do IFCe*, que enviou um link da `wikipedia`

A responsabilidade do conteúdo é do autor.

`https://pt.wikipedia.org/wiki/Reflexão_difusa`

que mostra de forma bem clara que esta experiência é difícil de ser feita com clareza o que aliás mostra o texto da `wikipedia` cujo link está acima.

A proxima figura é uma tentativa minha de obter um resultado experimental em condições muito pouco satisfatórias, que confirma de maneira clara o texto da `wikipedia` que *Prof. Roberto Lima* me enviou. A superfície duma bola de ginástica é um aglomerado de uma quantidade muito grande de microcelulas do material plático e o resultado da experiência não podia ser outro senão uma difusão da luz que pode ser visto na figura (fig 3), página 3,

Renunciei ao experimento físico e vou me acomodar a uma justificação geométrica que para mim vai representar um *experimento fictício* mas bem fundado na geometria, que pode ser visto na próxima figura (fig 4), página 3,

A figura (fig 4) mostra o que poderia acontecer se a luz se comportasse como uma linha reta, o que é falso, luz é onda. Mas na prática um espelho, na sala de minha casa, devolve a luz que incide sobre

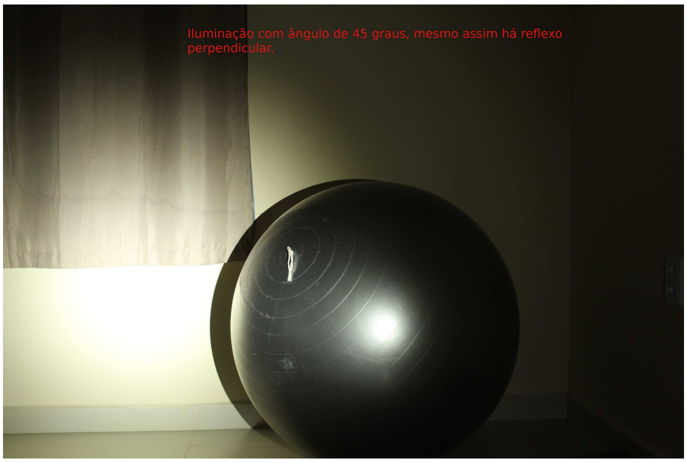

Figura 3:

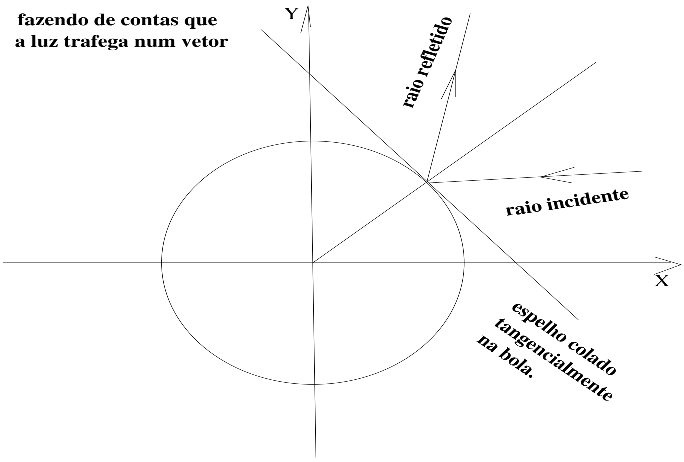

Figura 4:

ele vinda da casa do vizinho do outro lado da rua num ângulo de aproximadamente $\frac{\pi}{4}$ refletida com este ângulo o que me ilumina a sala de minha casa quando eu apago as luzes e na casa do vizinho está acessa a luz frontal externa. É algo semelhante ao que ocorre com a figura (fig 3) em que dirigi o foco de luz para uma área lateral da bola aproximadamente dirigida com um ângulo $\frac{\pi}{4}$ relativamente à minha posição com a câmera fotográfica. É o que estou descrevendo na figura (fig 3) em um "*raio de luz*" incide sobre um espelho colado tangencialmente a uma bola, como o foco de luz da casa do vizinho, se reflete com o mesmo ângulo de incidencia, de acordo com a ótica do Ensino Médio. A reta bissetriz que divide a soma de ãngulos *incidência+reflexão* é um prolongamento do raio do círculo perpendicularmente ao "*espelho colado*" na bola da figura (fig 4).

O texto da `wikipedia` me convenceu de que era muito difícil conseguir um experimento apontasse na direção da ideia geométrica. Poderia ser possível, a um custo alto, com uma coleção de sensores que calculassem a média da quantidade de luz incidente e refletida mostrando a maior intensidade corresponderia à descrição da figura (fig 4).

A figura (fig 4) também mostra a reta tangente no ponto de incidência, e no Cálculo você vai ter a explicação exata de porque preciso da reta tangente para registrar o ângulo α, isto envolve a *derivada* que não pode ser meu assunto aqui. Independentemente do formato da superfície, para calcular os dois ângulos, de *incidência e reflexão*, eu preciso desenhar a reta tangente no ponto de incidência.

Mas esta questão do ângulo de incidência aparece no Ensino Médio onde não aparece a derivada portanto você tem todas as razões para aceitar o que estou propondo agora: *que a tangente a um objeto esférico é perpendicular ao raio.*

O que me interessa mesmo é o círculo a *ótica geométrica* me ajuda a revelar esta importante propriedade do círculo que é um dos assuntos da Geometria Analítica.

A curva que me interessa é o círculo e agora o raio de luz, ao incidir sobre o círculo na direção do centro do círculo, determinada pelo raio, vai se refletir na mesma direção, na direção determinada pelo raio o que significa que a tangente é perpendicular ao raio. Substituindo na figura (fig 4) o círculo por qualquer curva o desenho seria o mesmo, com uma reta perpendicular ao "*espelho*" colado no ponto de incidência e uma reta bissetriz dividindo a soma de ãngulos *incidência+reflexão* agora sem o prolongamento do raio do círculo. No Cálculo será possivel mostrar que se a curva for diferenciável pelo menos duas vezes então no ponto de incidência tem um circulo tangente e a *reta bissetriz* será o prolongamento do raio deste círculo tangente.

No Cálculo esta questão não somente vai ser demonstrada com precisão, usando a *derivada*, que não pode ser meu assunto aqui, como, no Cálculo você vai aprender a equação diferencial do círculo que leva facilmente à demonstração desta propriedade.

O Cálculo vai lhe mostrar que esta é uma forma de definir círculo, *a única curva que em qualquer ponto a tangente é perpendicular ao raio*, é uma forma geométrica de definir círculo que também vale para a esfera em qualquer dimensão, como consequência da *experiência fictícia* que eu fiz da *ótica geométrica.*

4 Correção

Agradeço ao Prof. Roberto Lima do IFCe pelas correções que ele apontou na versão anterior deste artigo, deixndo claro que toda a responsabilidde pelo conteúdo do artigo é exclusivamente minha e que ele não divide em nada o conteúdo do artigo. Roberto Lima corrigiu onde eu me escrevi "*ângulo de refração*" que corrigi para *ângulo de reflexão.* Ele também me sugeriu a leitura de dois artigos da `wikipedia` e eu deixei um dos links dentro do texto que mostram que o experimento é dificil de ser realizado traduzindo algo como o que aparece na figura (fig 4), página 3 devido a necessária difusão da luz incidindo numa superfície que é no fundo micro-porosa, o que é visível também dos meus experimentos falhos como mostra a figura (fig 3), página 3.

Índice Remissivo