Cálculo II **Lista número 05**, 4 de outubro de 2010
Campos vetoriais **tarcisio.praciano@gmail.com**
prof. T. Praciano-Pereira **Dep. de Computação** UeVA

alun@:

www.multivariado.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX sis. op. Debian/Gnu/Linux

Data da entrega da lista: dia 04 de Outubro , segunda-feira.

observação:

0.1 Objetivo

Esta lista está baseada no texto de apoio na página.

Palavras chave superfícies, curvas.

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt \tag{1}$$

F é uma primitiva de f, com condição inicial $\underline{a}$ e f é a derivada de F qualquer que seja a primitiva F.

$$\oint_{\gamma*} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \oint_{\alpha*} P(x,y)dx + Q(x,y)dy \tag{2}$$

em que $\gamma*$ e $\alpha*$ representam as duas curvas no plano ligando os pontos P, Q.

1 Exercícios

1. Integral de linha Considere a integral

$$\int_\gamma P(x,y)dx + Q(x,y)dy$$

(a) (V)[ ](F)[ ] Se $P(x,y) = x; Q(x,y) = xy; \gamma(t) = (t,t)$ então $\int_\gamma P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 10$

(b) (V)[ ](F)[ ] Se $P(x,y) = x; Q(x,y) = xy; \gamma(t) = (t,t); t \in [0,1]$ então $\int_\gamma P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \int_0^1 tdt + t^2dt = \frac{5}{6}$

(c) (V)[ ](F)[ ] Se $P(x,y) = x; Q(x,y) = xy$; e γ for o segmento da parábola $y = x^2$ entre os pontos $(-1,1)$ e $(1,1)$ então $\int_\gamma P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \int_{-1}^1 tdt + t^3dt = \frac{3}{4}$

(d) (V)[ ](F)[ ] Se $P(x,y) = x+y; Q(x,y) = x-y$;e γ for o segmento da parábola $y = x^2$ entre os pontos $(-1,1)$ e $(1,1)$ então $\int_\gamma P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \int_{-1}^1 (t+t^2)dt + (t-t^2)dt = \int_{-1}^1 2tdt = 0$

(e) (V)[ ](F)[ ] Se $P(x,y) = x+y; Q(x,y) = x-y$;e γ for o segmento da parábola $y = x^2$ entre os pontos $(0,0)$ e $(1,1)$ então $\int_\gamma P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \int_0^1 (t+t^2)dt + (t-t^2)dt = \int_0^1 2tdt = 1$

2. Campo vetorial Quando um campo vetorial é uma derivada.

(a) (V)[ ](F)[ ] Se $z = F(x,y)$, um campo escalar, então a derivada é o campo vetorial $P(x,y), Q(x,y)$ tal que

$$P(x,y) = F_y; Q(x,y) = F_x;$$

(b) (V)[ ](F)[ ] Se $z = F(x,y)$, um campo escalar, então a derivada é o campo vetorial $P(x,y), Q(x,y)$ tal que

$$P(x,y) = F_x = \frac{\partial F}{\partial x}; Q(x,y) = F_y = \frac{\partial F}{\partial y};$$

(c) (V)[ ](F)[ ] Como, se $z = F(x,y)$ tiver derivadas contínuas, então as derivadas mistas são iguais (Teorema de Schwartz-Clairaut) se

$$P(x,y) = F_x = \frac{\partial F}{\partial x}; Q(x,y) = F_y = \frac{\partial F}{\partial y};$$

então

$$P_x(x,y) = Q_y(x,y)$$

(d) (V)[ ](F)[ ] Como, se $z = F(x,y)$ tiver derivadas contínuas, então as derivadas mistas são iguais (Teorema de Schwartz-Clairaut) se

$$P(x,y) = F_x = \frac{\partial F}{\partial x}; Q(x,y) = F_y = \frac{\partial F}{\partial y};$$

então

$$P_y(x,y) = F_{xy} = Q_x(x,y) = F_{yx};$$

(e) (V)[ ](F)[ ] Sendo $z = F(x,y) = x^2 - 3xy + y^3$ então

$$P(x,y) = F_x = 2x - 3y; P_y(x,y) = F_{xy} = -3; \quad (3)$$

$$Q(x,y) = F_y = -3x + 3y^2; Q_x(x,y) = F_{yx} = 6y; \quad (4)$$

3. Integral de linha e campo vetorial

(a) (V)[ ](F)[ ] Se

$$z = F(x,y); P(x,y) = F_y; Q(x,y) = F_x;$$

e $\gamma(t) = (x(t), y(t)); t \in [a,b]$ for uma curva fechada contida no domínio de F, quer dizer, $\gamma(a) = \gamma(b)$, então

$$\oint_\gamma P_y dx - Q_x dy = 0$$

(b) (V)[ ](F)[ ] Se

$$z = F(x,y); P(x,y) = F_x; Q(x,y) = F_y;$$

e $\gamma(t) = (x(t), y(t)); t \in [a,b]$ for uma curva fechada contida no domínio de F, quer dizer, $\gamma(a) = \gamma(b)$, então

$$\oint_\gamma P_y dx - Q_x dy = 0$$

(c) (V)[ ](F)[ ] Sendo $z = F(x,y) = x^2 - 3xy + y^3$ $\gamma(t) = (x(t), y(t)); t \in [a,b]$ e

$$z = F(x,y); P(x,y) = F_x; Q(x,y) = F_y;$$

for uma curva fechada contida no domínio de F, quer dizer, $\gamma(a) = \gamma(b)$,
então

$$\oint_\gamma P_y dx - Q_x dy = 0$$

(d) (V)[ ](F)[ ] Sendo $z = F(x,y) = x^2 - 3xy + y^3$ $\gamma(t) = (x(t), y(t)); t \in [a,b]$ e

$$z = F(x,y); P(x,y) = F_y; Q(x,y) = F_x;$$

for uma curva fechada contida no domínio de F, quer dizer, $\gamma(a) = \gamma(b)$,
então

$$\oint_\gamma P_y dx - Q_x dy = 0$$

(e) (V)[ ](F)[ ] Sendo $z = F(x,y) = \sin(3xy)$ $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t)); t \in [0, 2\pi]$ e

$$z = F(x,y); P(x,y) = F_x; Q(x,y) = F_y;$$

então

$$\oint_\gamma P_y dx - Q_x dy = 0$$