Cálculo II | **NAF** - 6 de junho de 2010
Integral e Derivada | **tarcisio@member.ams.org**
prof. T. Praciano-Pereira | **Dep. de Computação** UeVA

alun@:

www.multivariado.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX | sis. op. Debian/Gnu/Linux

Data segunda-feira. dia 07 de Junho

0.0.1 Objetivo

Uma oportunidade final para melhorar sua nota!

Esta prova contém cinco questões de múltipla escolha e cada questão vale 2 (dois) pontos. Uma questão será considera correta se você selecionar **todas** as opções verdadeiras e escrever uma *rápida* justificativa para defender a sua escolha *mostrando que você não selecionou ao acaso.*

Esta prova começa 19:00 e termina 21:30, portanto você tem 2 horas e meia para fazê-la o que lhe dá meia hora para cada questão.

Você tem irrestrita liberdade de trabalho, mas tem que entregar a sua prova individual ao final do tempo.

Sem justificativa sua seleção é nula e ela *será analisada*.

Palavras chave integral, derivada, funções multivariadas.

0.1 Exercícios

1. Gradiente $F(x,y) = \frac{x+y}{1+x^2+y^2}$

   Definindo
   $$\begin{cases} u(x,y) = x+y; \\ v(x,y) = 1+x^2+y^2; \end{cases}$$

   (a) (V)[ ](F)[ ]
   $$F_x(x,y) = [u_x(x,y)v(x,y) - u(x,y)v_x(x,y)]/v(x,y)$$

   (b) (V)[ ](F)[ ]
   $$F_x(x,y) = [u_x(x,y)v(x,y) - u(x,y)v_x(x,y)]/(v(x,y)^2)$$

   (c) (V)[ ](F)[ ]
   $$F_y(x,y) = [u_y(x,y)v(x,y) - u(x,y)v_y(x,y)]/(v(x,y)^2)$$

   (d) (V)[ ](F)[ ] O domínio de F é o plano todo. Considere um ponto do plano, um ponto dado, $P = (a,b)$.
   $$\begin{cases} A = F_x(a,b); B = F_y(a,b); \\ P(x,y) = F(a,b) - A(x-a) - B(y-b) \end{cases}$$
   P é a equação do plano tangente ao gráfico de F no ponto $(a,b,F(a,b))$.

   (e) (V)[ ](F)[ ] O domínio de F é o plano todo. Considere um ponto do plano, um ponto dado, $P = (a,b)$.
   $$A = F_x(a,b); B = F_y(a,b);$$
   O vetor $(A,B,-1)$ é perpendicular à superfície no ponto $(a,b,F(a,b))$.

2. Polinômios trigonométricos $f(x) = \|x\|$ e os coeficientes a_k e b_k são os coeficientes de Fourier de f tal que
   $$P(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)$$
   é o polinômio trigonométrico de f no intervalo $[-\pi, \pi]$.

   (a) (V)[ ](F)[ ] $a_0 = \pi$
   (b) (V)[ ](F)[ ] $a_0 = \frac{\pi}{2}$
   (c) (V)[ ](F)[ ] $a_1 = -4/\pi;\ b_1 = 0;$
   (d) (V)[ ](F)[ ] $a_2 = 0;\ b_2 = 0;$

(e) (V)[ ](F)[ ] $a_n = \begin{cases} \text{Se } n \text{ par } 0; \\ \text{Se } n \text{ impar } \frac{-4}{\pi n^2}; \end{cases}$; $b_n = 0$;

O programa "`exer_naf_04.gnuplot`" mostra o gráfico deste polinômio trigonométrico, procure no link "programas".

3. Integral múltipla

$$u(x,y) = x^2 - 3xy + y^2; v(x,y) = 1 + x^2 + y^2;$$
$$P(x,y) = \frac{u_x(x,y)v(x,y) - u(x,y)v_x(x,y)}{v(x,y)^2}; Q(x,y) = \frac{u_y(x,y)v(x,y) - u(x,y)v_y(x,y)}{v(x,y)^2};$$
$$F(x,y) = \frac{u(x,y)}{v(x,y)}$$

(a) (V)[ ](F)[ ] Se γ for uma curva , fechada, cujo comprimento seja finito, no plano XOY então

$$\oint_\gamma P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$$

(b) (V)[ ](F)[ ] Se $\mathcal{W}$ for uma região limitada do plano com uma fronteira diferenciável (contínua e macia) então

$$\int\int_{\mathcal{W}} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy = 0$$

(c) (V)[ ](F)[ ]

$$\int\int_{\mathcal{W}} (F_{xy} - F_{yx})\, dxdy = 0$$

(d) (V)[ ](F)[ ]

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dxdy}{v(x,y)^2} = \frac{\pi}{2}$$

(e) (V)[ ](F)[ ]

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dxdy}{v(x,y)^2} = \pi$$

4. Integral múltipla $\mathcal{U}$ é o disco unitário centrado na origem.

(a) (V)[ ](F)[ ] O domínio de

$$F(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

é o plano XOY

(b) (V)[ ](F)[ ]

$$\int\int_{\mathcal{U}} \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}} = \pi$$

(c) (V)[ ](F)[ ]

$$\int\int_{\mathcal{U}} \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}} = 2\pi$$

(d) (V)[ ](F)[ ]

$$\int\int_{\mathcal{U}} \sqrt{x^2+y^2}dxdy = \frac{2\pi}{3}$$

(e) (V)[ ](F)[ ]

$$\int\int_{\mathcal{U}} \sqrt{x^2+y^2}dxdy = \frac{\pi}{3}$$

5. Integral múltipla

(a) (V)[ ](F)[ ]

$$\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x^2cos(y)dxdy < 1$$

(b) (V)[ ](F)[ ]

$$\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} x^2cos(y)dxdy > -2$$

(c) (V)[ ](F)[ ]

$$\int_{-3}^{3}\int_{-3}^{3} x^2 + 3xy + y^3dxdy < 10$$

(d) (V)[ ](F)[ ]

$$\int_{-3}^{3}\int_{-3}^{3} x^2 + 3xy + y^3dxdy = 0$$

(e) (V)[ ](F)[ ]

$$\int_{-3}^{3}\int_{-3}^{3} x^2 + 3xy + y^3dxdy = 108$$