Cálculo II | **Lista número 11** 3 de maio de 2010

integral de superfícies | **tarcisio@member.ams.org**

prof. T. Praciano-Pereira | **Dep. de Computação** UeVA

alun@:

www.multivariado.sobralmatematica.org

Documento produzido com LaTeX | sis. op. Debian/Gnu/Linux

Data da entrega da lista: dia 10 de Maio , segunda-feira.

0.0.1 Objetivo

Entender e adquirir prática com o cálculo de áreas de superfícies no $\mathbf{R}^3$.

Uma das formas de definir uma superfície, uma variedade de dimensão dois, no $\mathbf{R}^3$ consiste em apresentar um conjunto de equações paramétricas bivariadas,

$$(u, v, w) = (u(x, y), v(x, y), w(x, y))$$

para cada coordenada de um ponto genérico da superfície. Um caso particular de parametrização é a expressão

$$(x, y, F(x, y)) = (u.v, w)$$

então duas expressões para a fórmula do cálculo da área podem ser obtidas.

Palavras chave áreas de superfícies no espaço, integral de superfície, mudança de variáveis, parametrização de superfícies, superfície parametrizada.

0.0.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito.

1.2 Exercícios

1. Superfície contida no gráfico de uma função Considere $z = F(x, y)$ uma função e a imagem $\Omega = F(\mathcal{W})$ de uma região $\mathcal{W}$ contida no domínio de F. Suponha a existência da malha definida por $\Delta x = \frac{b-a}{n}, \Delta y = \frac{d-c}{n}$ definida no retângulo $[a, b]$ x $[c, d]$ que contém $\mathcal{W}$.

   (a) (V)[ ](F)[ ] A integral
   $$\int_{\mathcal{W}} F(x, y)dxdy \tag{1.5}$$
   é a área de $\mathcal{W}$.

   (b) (V)[ ](F)[ ] A integral
   $$\int_{\Omega} dudv \tag{1.6}$$
   é a área de Ω.

   (c) (V)[ ](F)[ ] $F(x, y) = (x^2y, xy, xy^2)$ e $\mathcal{W}$ é um domínio limitado do $\mathbf{R}^2$. A integral
   $$\int\int_{\mathcal{W}} F(x, y)dxdy \tag{1.7}$$
   é um número.

   (d) (V)[ ](F)[ ] $F(x, y) = (x^2y, xy, xy^2)$ e $\mathcal{W}$ é um domínio limitado do $\mathbf{R}^2$. A integral
   $$\int\int_{\mathcal{W}} F(x, y)dxdy \tag{1.8}$$
   é um ponto do $\mathbf{R}^3$.

   (e) (V)[ ](F)[ ] $F(x, y) = (x^2y, xy, xy^2)$ e $\mathcal{W}$ é um domínio limitado do $\mathbf{R}^2$. A integral
   $$\frac{1}{m(\mathcal{W}} \int\int_{\mathcal{W}} F(x, y)dxdy \tag{1.9}$$
   é o centro de massa (baricentro) de um corpo do $\mathbf{R}^3$.

2. Baricentro Considere a função função $z = F(x, y, z) = (x, y, z)$

   (a) (V)[ ](F)[ ] $z = F(x, y, z)$ é uma função vetorial.

   (b) (V)[ ](F)[ ] Se m for a massa (medida) de um corpo (domínio $\mathcal{W}$ do $\mathbf{R}^3$ ($\mathcal{W} \subset \mathbf{R}^3$) então
   $$\frac{1}{m} \int\int\int_{\mathcal{W}} F(x, y, z)dxdydz$$
   é um número que fica entre zero e um.

   (c) (V)[ ](F)[ ] Se m for a massa (medida) de um corpo (domínio $\mathcal{W}$ do $\mathbf{R}^3$ ($\mathcal{W} \subset \mathbf{R}^3$) então
   $$\frac{1}{m} \int\int\int_{\mathcal{W}} F(x, y, z)dxdydz$$
   é um ponto do espaço que fica dentro de $\mathcal{W}$.

(d) (V)[ ](F)[ ] Se m for a massa (medida) de um corpo (domínio $\mathcal{W}$ do $\mathbf{R}^3$ ($\mathcal{W} \subset \mathbf{R}^3$) então

$$\frac{1}{m} \int\int\int_{\mathcal{W}} F(x, y, z) dxdydz$$

é um ponto do espaço que pode ficar fora de $\mathcal{W}$.

(e) (V)[ ](F)[ ] Se $\mathcal{W}$ for uma semi-esfera de raio R então

$$\frac{1}{m} \int\int\int_{\mathcal{W}} F(x, y, z) dxdydz = (0, 0, \frac{8R}{3})$$

é o centro de massa da semi-esfera.