Cálculo II
Lista número 02
Derivadas
tarcisio@member.ams.org
T. Praciano-Pereira
Dep. de Computação

alun@:

UeVA
16 de fevereiro de 2010
www.multivariado.sobralmatematica.org
Documento produzido com LaTeX
sis. op. Debian/Gnu/Linux

Data da entrega da lista: dia 01 de Março, segunda-feira.

0.0.1 Objetivo

O plano tangente (generaliza a reta tangente) ao gráfico de uma função de várias variáveis. Uma função multivariada tem uma matriz de coeficientes angulares instantâneos (que não é única, depende de um referêncial). Os programas

`exer02_04a.gnuplot`, `exer02_05c.calc` podem ser usados para resolver questões desta lista.

Palavras chave derivada parcial, equações paramétricas, função multivariada, plano tangente, superfície, vetor normal.

0.0.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito.

0.1 Exercícios

1. Equação da reta no espaço 3D

   (a) (V)[ ](F)[ ] Um vetor paralelo ao segmento de reta determinado pelos pontos $P_1 = (1, 2, 3), P_2 = (4, 3, 2)$ é
   $$P_1 - P_2 = (3, 2, 0)$$

   (b) (V)[ ](F)[ ] Um vetor paralelo ao segmento de reta determinado pelos pontos $P_1 = (1, 2, 3), P_2 = (4, 3, 2)$ é
   $$P_1 - P_2 = (3, 1, -1)$$

   (c) (V)[ ](F)[ ] Uma reta, no espaço, é o conjunto dos pontos (vetores) que são múltiplos de um vetor dado.

   (d) (V)[ ](F)[ ] Uma reta, no espaço, passando na origem, é o conjunto dos pontos (vetores) que são múltiplos de um vetor dado.

   (e) (V)[ ](F)[ ] Uma reta, no espaço passando por dois pontos P_1, P_2 dados, é o conjunto dos pontos (vetores) X que são múltiplos do vetor diferença $P_1 - P_2$.

2. Equação da reta no espaço 3D

   (a) (V)[ ](F)[ ] Uma reta, no espaço 3D é a interseção de duas superfícies e esta é uma forma de determinação da equação da reta no espaço.

   (b) (V)[ ](F)[ ] Uma reta, no espaço 3D é a interseção de dois planos e esta é uma forma de determinação da equação da reta no espaço.

   (c) (V)[ ](F)[ ] Uma reta, no espaço 3D, é o conjunto dos vetores múltiplos de um vetor diferença dado, translatados para um dos pontos, $P2 + t(P_1 - P_2)$ isto produz as suas equações paramêtricas.

   (d) (V)[ ](F)[ ] A equação da reta que passa nos pontos
   $$P_1 = (-3, 2, -4), P_2 = (4, 3, 2);$$
   é
   $$x = -3 + t(4 + 3); \quad (1)$$
   $$y = 2 + t(3 - 2); \quad (2)$$
   $$z = -4 + t(2 + 4); \quad (3)$$
   $$t \in \mathbf{R} \quad (4)$$

   (e) (V)[ ](F)[ ] A equação da reta que passa nos pontos
   $$P_1 = (a, b, c), P_2 = (p, q, r);$$
   é
   $$x = a + t(a - p); \quad (5)$$
   $$y = b + t(b - q); \quad (6)$$
   $$z = c + t(c - r); \quad (7)$$
   $$t \in \mathbf{R} \quad (8)$$

3. Equação do plano

   (a) (V)[ ](F)[ ] Plano é o lugar geométrico dos pontos do espaço perpendiculares a um vetor dado, determinado por um ponto.

   (b) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano parelelo ao plano XOY passando por $P = (1, 2, 3)$ é $z = 3$.

   (c) (V)[ ](F)[ ] A expressão
   $$A(x-a)+B(y-b)+C(z-c)+D$$
   é a equação de uma plano no espaço 3D.

   (d) (V)[ ](F)[ ] A expressão
   $$A(x-a)+B(y-b)+C(z-c)+D$$
   é a equação de uma plano no espaço 3D, perpendicular ao vetor
   $$(A, B, C);$$

   (e) (V)[ ](F)[ ] A expressão
   $$A(x-a)+B(y-b)+C(z-c)+D$$
   é a equação de uma plano no espaço 3D, paralelo ao vetor
   $$(A, B, C);$$

4. Equação do plano

   (a) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano que passa pelos pontos $(1, 1, 1), (1, 2, 3), (3, -2, 3)$. é
   $$8x + 4y - 2z = 0;$$

   (b) (V)[ ](F)[ ] A equação do plano que passa pelos pontos $(1, 1, 1), (1, 2, 3), (3, -2, 3)$. é
   $$8(x-1)+4(y-1)-2(z-1) = 0;$$

   (c) (V)[ ](F)[ ] Considere a equação do plano que passa no ponto $P = (a, b, c)$
   $$A(x-a)+B(y-b)+C(z-c);$$
   A forma de obter o seu gráfico com `gnuplot` consiste em definir a função
   $$f(x, y) = c - \frac{A}{C}(x-a) - \frac{B}{C}(y-b)$$
   e usar o comando `splot` com esta função.

   (d) (V)[ ](F)[ ] Considere a equação do plano que passa no ponto $P = (a, b, c)$
   $$A(x-a)+B(y-b)+C(z-c) = 0;$$
   Explicitando a variável z se obtém a função bivariada
   $$F(x, y) = c + \frac{A}{C}(x-a) + \frac{B}{C}(y-b)$$

(e) <u>(V)[ ](F)[ ]</u>Considere a equação do plano que passa no ponto $P = (a, b, c)$

$$A(x-a)+B(y-b)+C(z-c) = 0;$$

Explicitando a variável z se obtém a função bivariada

$$F(x, y) = c-\frac{A}{C}(x-a)-\frac{B}{C}(y-b)$$

cujas derivadas parciais são

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -\frac{A}{C}; \frac{\partial F}{\partial y} = -\frac{B}{C}$$

5. <u>Equação do plano tangente</u> Nesta questão, $z = F(x, y)$ é uma função cujas derivadas parciais existem e são funções contínuas em um certo domínio do plano.

(a) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A equação do plano tangente ao gráfico de

$$z = F(x, y)$$

no ponto $(a, b, F(a, b))$ é

$$z-c = \frac{\partial F}{\partial x}(x-a)+\frac{\partial F}{\partial y}(y-b);$$

(b) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A equação do plano tangente ao gráfico de

$$z = F(x, y)$$

no ponto $(a, b, F(a, b))$ é

$$z-F(a, b) = -\frac{\partial F}{\partial x}(x-a)-\frac{\partial F}{\partial y}(y-b);$$

(c) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A equação do plano tangente ao gráfico da função

$$z = F(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2};$$

no ponto $(a, b, f(a, b))$ para $(a, b) = (1, 1)$ é

$$z = -(x - 1) + (y - 1)$$

(d) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A equação do plano tangente ao gráfico da função

$$z = F(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2};$$

no ponto $(a, b, f(a, b))$ para $(a, b) = (1, 1)$ é

$$z - (x - 1) + (y - 1) = 0$$

(e) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A equação do plano tangente ao gráfico da função

$$z = F(x, y) = x^2 - 3xy + y^2$$

no ponto $(a, b, f(a, b))$ para $(a, b) = (-1, 1)$ é

$$z-5+5(x+1)-5(y-1) = 0$$